REGOLE DEL GIOCO NELLA TEORIA DEI QUANTI

Gianni Comini

30 luglio 2017

1 "È del poeta il fin la meraviglia ... chi non sa far stupir vada alla striglia"

Una parte considerevole della pubblicistica sulla teoria dei quanti sembra fondata sul precetto di Giambattista Marino (1569-1625, poeta barocco): da qui la difficoltà di ottenere informazioni oneste, culturalmente valide e non appesantite da troppa matematica. Visto l'interesse suscitato dai quanti, molti siti internet e, purtroppo, anche qualche divulgatore accreditato mostrano pochi scrupoli nel dare per acquisiti aspetti controversi e fantasiosi della teoria al solo scopo di aumentare i "Like" o i profitti editoriali.

Pertanto, in aggiunta alle solite cautele sulla provenienza delle informazioni, nel caso dei quanti è necessario utilizzare un criterio supplementare per individuare la linea di confine, non sempre evidente, tra Scienza e Non-Scienza. Da questo punto di vista, il criterio migliore appare, ancora oggi, quello ribadito più volte da Karl Popper (1902-1994) nel corso della sua lunga vita:

• Una teoria scientifica deve essere formulata come una semplice congettura necessaria per arrivare a previsioni che possano venir confermate, o smentite, dagli esperimenti. Quando sono smentite dall'esperienza (cioè "falsificate"), le teorie "vecchie" devono lasciare il posto a teorie "nuove", poiché la Scienza procede per tentativi ed errori, cioè per "Congetture e Confutazioni". In questo modo la Scienza può portare ad applicazioni pratiche, mentre la Non-Scienza (come, ad esempio, la metafisica) non è in grado di indicare quali esperimenti potrebbero falsificarla e, di conseguenza, non è affidabile dal punto di vista empirico.

Richard Feynman (1918-1988, Premio Nobel per l'elettrodinamica quantistica nel 1965 e grande divulgatore scientifico noto anche per il suo linguaggio colorito) aveva così riassunto l'approccio corretto alla teoria dei quanti:

• Prima si tira ad indovinare, poi si calcola e, alla fine, si confrontano i risultati dei calcoli con gli esperimenti.

Al contrario, sempre secondo Feynman, i sostenitori della teoria delle stringhe (che si presenta come "teoria del tutto" in grado di superare la meccanica quantistica):

• Non calcolano alcunché... non verificano le loro idee... e, quando trovano disaccordi con un esperimento, confezionano una spiegazione, un aggiustamento, per poi dire che la loro teoria potrebbe ancora essere valida.

Pertanto, in base al criterio di Popper, la teoria dei quanti è Scienza, mentre la teoria delle stringhe, almeno per il momento, è Non-Scienza.

2 "Nessuno capisce la meccanica quantistica"

Quello citato nel titolo del paragrafo è uno dei paradossi più noti di Feynman, utilizzato dall'Autore per sottolineare che "l'immaginazione della Natura è di gran lunga superiore all'immaginazione dell'Uomo". Di conseguenza, non è logico pretendere che le regole valide su scala Umana, che è macroscopica, siano quelle applicabili alla scala della teoria dei quanti, che è microscopica. Di qui l'esigenza di regole del gioco nuove per la meccanica quantistica, diverse da quelle della meccanica classica descritte da Isaac Newton nei "Principi Matematici della Filosofia Naturale (1687)", e da quelle delle l'elettromagnetismo descritte da James Clerk Maxwell nel "Trattato sull'Elettricità e il Magnetismo (1873)". Tra le nuove regole deve restare comunque un vincolo irrinunciabile per fare Scienza: la necessità di poter contare su condizioni iniziali e risultati finali determinabili con i metodi della Fisica Classica, anche quando le verifiche sperimentali delle teorie evolvono secondo le regole della meccanica quantistica. Per dare concretezza alle considerazioni sul nuovo modo di procedere, può essere utile adottare un approccio storico illustrando la "rivoluzione quantistica" che, agli albori del 1900, sconvolse la Fisica Classica.

2.1 La rivoluzione quantistica

Una tentazione sempre in agguato nella Fisica è quella di decretarne la fine per "esaurimento" della possibilità di fare nuove scoperte. Paradigmatica, a questo proposito, è la presa di posizione sulla meccanica classica espressa da Pierre Simon Laplace nell'introduzione al "Saggio Filosofico sulle Probabilità (1814)":

• Possiamo considerare lo stato attuale dell'universo come l'effetto del suo passato e la causa del suo futuro. Un intelletto che ad un determinato istante dovesse conoscere tutte le forze che mettono in moto la natura, e tutte le posizioni di tutti gli



Figura 1: Spettro elettromagnetico

oggetti di cui la natura è composta, se questo intelletto fosse inoltre sufficientemente ampio da sottoporre questi dati ad analisi, esso racchiuderebbe in un'unica formula i movimenti dei corpi più grandi dell'universo e quelli degli atomi più piccoli; per un tale intelletto nulla sarebbe incerto ed il futuro proprio come il passato sarebbe evidente davanti ai suoi occhi.

All'inizio del 1900, non solo la meccanica ma l'intero edificio concettuale della Fisica Classica appariva completato con la pubblicazione del, già citato, "Trattato sull'Elettricità e il Magnetismo" di Maxwell, le verifiche sperimentali sulle onde elettromagnetiche di Heinrich Rudolf Hertz pubblicate nel 1887, ed il brevetto del radiotelegrafo da parte di Guglielmo Marconi depositato nel 1896. A quel punto, infatti, meccanica newtoniana e teoria dell'elettromagnetismo parevano fornire le chiavi di interpretazione e previsione di tutti i fenomeni: dal moto dei pianeti alle applicazioni pratiche delle onde elettromagnetiche. La Trasmissione del Calore per conduzione, ad esempio, veniva descritta in termini di scambi di energia cinetica a livello molecolare e atomico, mentre le radiazioni "termiche" (cioè quelle emesse da tutti i corpi a temperatura superiore allo zero assoluto) venivano considerate "solo" onde elettromagnetiche con lunghezza d'onda tra 0,1 e 100 micrometri (millesimi di millimetro o, se si vuole, milionesimi di metro). Come illustrato nella rappresentazione delle spettro elettromagnetico riportata in Fig. 1, le radiazioni termiche sono collocate tra il primo ultravioletto e il tardo infrarosso e risultano a cavallo dello spettro visibile che, a sua volta, va da 0,38 a 0,76 micrometri.

In base alla teoria elettromagnetica, esiste un legame inverso tra lunghezza d'onda L e frequenza f delle radiazioni

$$f = \frac{c}{\lambda} \tag{1}$$

dove c è la velocità della luce. Può essere, quindi, interessante notare che le radiazioni termiche più corte hanno una frequenza ($3 \cdot 10^{15}$ hertz [Hz], ovvero cicli al secondo) che è di tre ordini di grandezza più alta di quella ($3 \cdot 10^{12}$ Hz) delle delle radiazioni termiche più lunghe.

A dispetto delle considerazioni di Laplace, la quiete della Fisica Classica fu sconvolta nel giro di pochi anni. Prima Max Planck nel 1900 gettò le basi della teoria dei quanti con la sua ipotesi sulle modalità di emissione delle radiazioni elettromagnetiche e, successivamente, Albert Einstein nel 1905 in un lavoro dal titolo: "Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento", espose la teoria della relatività speciale. In armonia col tema scelto, qui ci si limita (si fa per dire) a seguire le orme di Planck illustrando alcuni aspetti della teoria dei quanti in un ordine, il più possibile, storico.

2.2 Ipotesi di Planck

Secondo l'ipotesi di Planck (premiata nel 1918 con il Nobel per la Fisica), le radiazioni termiche e, di conseguenza, tutte le radiazioni elettromagnetiche, sono emesse in maniera discontinua nel tempo e per quantità discrete chiamate "fotoni". Solo in questo modo, infatti, è possibile giustificare i risultati sperimentali sulla distribuzione delle lunghezze d'onda nella radiazione emessa da un "corpo nero" (cioè da un radiatore ideale che irraggia più di qualunque corpo alla stessa temperatura ed assorbe tutte le radiazioni incidenti). L'energia dei fotoni emessi è legata alla frequenza dalla relazione

$$E = fh \tag{2}$$

dove h è la costante di Planck che rappresenta la quantità d'azione, o "quanto", elementare. (Può essere interessante notare che il nome di "quanto" deriva dal latino "quantitas" e sta ad indicare, appunto, una quantità elementare non ulteriormente divisibile).

La relazione sopra riportata permise ad Albert Einstein di spiegare l'effetto fotoelettrico (nel 1905, anno per lui mirabile), ovvero l'espulsione degli elettroni da un metallo in presenza di una radiazione incidente di frequenza abbastanza elevata. Secondo la visione classica, l'espulsione sarebbe dovuta avvenire in presenza di radiazioni caratterizzate da una sufficiente intensità (essendo l'intensità definita come la quantità di energia incidente per unità di superficie e tempo). Invece, secondo la spiegazione di Einstein (premiata nel 1921 con il Nobel per la Fisica), un elettrone viene espulso solo se colpito da fotoni dotati di sufficiente energia e, quindi, in base alla relazione di Planck, solo se la radiazione incidente ha frequenza abbastanza elevata (ovvero lunghezza d'onda abbastanza ridotta).

2.3 Estensione a tutte le particelle

Nel contesto di quel periodo, non sorprende, almeno "a posteriori", che l'ipotesi quantistica abbia stimolato un'altra intuizione geniale volta ad estendere il campo di applicazione della teoria appena nata. Il giovane principe francese Louis de Broglie si chiese, infatti, se altre particelle, oltre ai fotoni, manifestassero anche un comportamento ondulatorio. La risposta, illustrata nella sua tesi di dottorato all'Università di Parigi (1924), fu basata su considerazioni molto semplici che, però, portavano ad una conclusione molto audace. Pur senza disporre di alcuna evidenza sperimentale, de Broglie ipotizzò che ad ogni particella potesse venir associata una lunghezza d'onda definita da

$$\lambda = \frac{h}{p} \tag{3}$$

dove h è la costante di Planck e p è la quantità di moto della particella. Per le particelle dotate di massa m e velocità v molto inferiore alla velocità della luce c, la definizione della quantità di moto è quella classica

$$p = mv \tag{4}$$

data dal prodotto della massa per la velocità. Per le particelle che, come i fotoni, sono prive di massa ma viaggiano alla velocità della luce, invece, è necessario usare una definizione relativistica esprimendo la quantità di moto (in un certo senso pari a $m_{eq}c$) attraverso il rapporto tra energia (si ricordi $E = m_{eq}c^2$) e velocità della luce:

$$p = \frac{E}{c} \tag{5}$$

Poiché dalla relazione (1) si ha: E = fh mentre dalla (2) si ottiene: $c = f\lambda$, risulta complessivamente

$$p = \frac{h}{\lambda} \tag{6}$$

ovvero, girando la formula, proprio la relazione (3).

L'ipotesi (3) fu valutata con grande sospetto dalla commissione esaminatrice e de Broglie rischiò la bocciatura all'esame di dottorato. Fortunatamente qualcuno della commissione consultò Einstein che, invece, considerò geniale l'ipotesi. Il "candidato" de Broglie allora fu promosso e, caso unico nella storia della Fisica, ebbe il Premio Nobel nel 1929 praticamente per la sola tesi di dottorato.

A completare il trionfo di de Broglie, negli anni successivi Joseph Davisson e George Thomson dimostrarono sperimentalmente che gli elettroni, fino a quel momento considerati solo particelle, esibiscono anche un comportamento ondulatorio. Essi ebbero il Premio Nobel nel 1937 e George Thomson creò un altro precedente avendo ricevuto il premio Nobel per la scoperta del comportamento ondulatorio degli elettroni, mentre il padre Joseph Thomson aveva ricevuto il Premio Nobel nel 1906 per aver dimostrato che gli elettroni sono particelle.

3 Equazione di Schrödinger

Le leggi della dinamica, formulate da Newton, le leggi dell'elettromagnetismo, formulate da Maxwell, e le leggi della termodinamica sono, in realtà, dei "princìpi", ovvero dei postulati validi in quanto mai smentiti dalle esperienze. Ovviamente i princìpi della Fisica Classica sono riferiti alla scala macroscopica che ci è familiare e, di conseguenza, non ci si deve sorprendere se, al livello microscopico della teoria dei quanti, valgono princìpi diversi. In particolare, non ci si deve stupire se Erwin Schrödinger, nel 1926, non fece ricorso alle leggi di Newton per formulare un'equazione volta a determinare il comportamento delle onde associate alle particelle di materia che si muovono a velocità inferiore a quella della luce. Schrödinger, infatti, decise di salvare soltanto alcuni principi generali quali:

- la conservazione dell'energia, ovvero il primo principio della Termodinamica,
- l'ipotesi di de Broglie sulle onde associate alle particelle di materia, e
- la continuità della soluzione risultante, in quanto non era pensabile che una particella scomparisse in un punto per ricomparire in un altro.

La conseguenza è che la soluzione risultante non descrive una "traiettoria", come quelle calcolabili esattamente applicando la seconda legge di Newton, ma rappresenta una "funzione d'onda" ψ , il cui valore è, generalmente, un numero complesso variabile da punto a punto.

Ci si può chiedere perché la meccanica quantistica abbia adottato il "formalismo complesso" e, dal punto di vista fisico, la miglior risposta è che i numeri complessi, essendo costituiti da una coppia di numeri reali, consentono di fornire insieme le informazioni sul valore assoluto e sulla fase delle funzione d'onda. È poi vero che le fasi non possono venir misurate direttamente (in quanto i risultati delle misure devono, per definizione, essere numeri reali), ma le differenze di fase hanno conseguenze misurabili nei processi di interferenza tra particelle (come si vedrà nel Paragrafo 4.2). In altre parole: nelle onde fisiche (come le onde sonore e le onde d'acqua) è possibile la rappresentazione mediante numeri reali, in quanto si "vedono" sia il valore assoluto sia la fase, mentre nelle funzioni d'onda la fase non è "visibile" e può essere evidenziata solo attraverso effetti di interferenza (ovvero: nessuno ha mai visto, ad esempio, la fase di un elettrone).

3.1 Interpretazione probabilistica

L'interpretazione accettata della funzione d'onda è quella formulata da Max Born nel 1928:

• il quadrato del valore assoluto della funzione d'onda $|\psi|^2$ in un punto rappresenta la "probabilità" di trovare la particella in quel punto.



Figura 2: Prime tre soluzioni stazionare per un particella confinata in una "scatola" monodimensionale con le pareti che impediscono ogni evasione. A sinistra: funzioni d'onda reali ψ e, a destra, corrispondenti distribuzioni di probabilità $\psi^2 = |\psi|^2$. [P.A. Tipler e R.A. Lewellyn, Modern Physics-VI ed., W.A. Freeman and Company, New York, 2012]

Anche se la funzione d'onda è complessa, la probabilità deve essere esprimibile mediante un numero reale non negativo ed, infatti, il quadrato del valore assoluto di un numero complesso è sempre un numero reale non negativo. Vi sono, tuttavia molte situazioni di interesse pratico nelle quali la rappresentazione della funzione d'onda può essere reale in quanto le fasi non giocano alcun ruolo nel processo. In tali situazioni l'interpretazione di Born può essere facilmente visualizzata, dal momento che ψ può essere diagrammata ed, evidentemente, si ha: $|\psi|^2 = \psi^2$.

La funzione d'onda è reale, ad esempio, nel caso di una particella confinata "in una scatola" monodimensionale con le pareti che impediscono ogni "evasione". In tale situazione le funzioni d'onda sono stazionarie ed hanno lo stesso andamento delle armoniche emesse da uno strumento musicale (si pensi, ad esempio, alla corda di una chitarra), in quanto le soluzioni possibili sono sinusoidi che si sviluppano su un numero intero di semi lunghezze d'onda. Per questo motivo, le soluzioni sono contrassegnate dai numeri 1, 2, 3 e così via, ed hanno l'andamento illustrato nella Fig. 2 a sinistra. Le corrispondenti funzioni $\psi^2 = |\psi|^2$, che rappresentano la probabilità di trovare la particella in un punto, sono illustrate nella Fig. 2 a destra ed, evidentemente, le zone in cui è più probabile trovare la particella sono quelle dove il valore di ψ^2 è più elevato.

Le differenze concettuali con la meccanica classica sono molto importanti. Nota la posizione iniziale di un corpo macroscopico, la seconda legge di Newton consente, in linea di principio, di calcolare con assoluta certezza la traiettoria e, quindi, tutte le posizioni future. Le difficoltà di trovare una soluzione sono solo pratiche, come: descrizione matematica del problema troppo complicata, calcoli troppo difficili che richiedono calcolatori di potenza non ancora disponibile e così via. L'equazione di Schrödinger, e la sua soluzione (funzione d'onda ψ), non forniscono, invece, una previsione deterministica del moto (e, quindi, della posizione) di una particella microscopica, ma consentono solo di calcolare la probabilità $|\psi|^2$ di trovare la particella nei diversi punti. Di conseguenza non è possibile determinare la posizione di una particella microscopica ma solo la probabilità di trovare la particella nei diversi punti, ovvero quello che, presumibilmente, si troverà facendo la media di un gran numero di risultati di misura.

Vi è, quindi, una grande differenza tra probabilità statistica "tradizionale" (come quella che regola, ad esempio, il risultato "testa" o "croce" nel classico lancio di una moneta), e probabilità "quantistica". Si può pensare, infatti, che la disponibilità di misure sempre più raffinate per le condizioni iniziali e l'impiego di calcolatori sempre più potenti consentirebbero di prevedere i risultati di ciascun lancio (se qualcuno fosse interessato alla cosa). Al contrario, non è e non sarà mai possibile utilizzare l'equazione di Schrödinger per determinare la posizione di una particella microscopica, in quanto tale equazione consente soltanto di calcolare la probabilità di trovare la particella in un punto. Prendendo a prestito il linguaggio della filosofia si può affermare che:

 la probabilità "tradizionale" è epistemica, con limiti di conoscenza solo operativi, mentre la probabilità "quantistica" è ontologica e i limiti alla conoscenza sono intrinseci ai processi.

4 Onde e particelle

Nella Fisica Classica i comportamenti ondulatori e particellari erano considerati mutualmente esclusivi, come evidenziato dal dibattito sulla natura della luce sviluppatosi negli ultimi anni del 1600 tra Isaac Newton e Christiaan Huygens. In base alle conoscenze attuali, si può affermare che il dibattito, in realtà, si applicava a tutte le onde elettromagnetiche in quanto, come già osservato, le radiazioni visibili non differiscono dalle altre onde elettromagnetiche, risultando visibili solo perché l'occhio umano è sensibile alle lunghezze d'onda comprese tra 0,38 e 0,76 micrometri. Inoltre, attesa l'ipotesi di Planck, il dibattito si applicava ai fotoni che accompagnano tutte le onde elettromagnetiche, in quanto tutte le onde elettromagnetiche, visibili e invisibili, possono essere considerate anche fotoni la cui energia è calcolabile in base all'Eq. (2).

Come si è detto, Newton e Huygens erano sostenitori di teorie che, per la Fisica dell'epoca, risultavano inconciliabili:



Figura 3: Interferenza costruttiva e distruttiva di onde.

- Newton (nel trattato di "Ottica", pubblicato nel 1704 ma basato su scritti del 1675), propose una teoria solo corpuscolare. La teoria spiegava egregiamente la propagazione rettilinea e la riflessione della luce ma, all'epoca, incontrava difficoltà pressoché insormontabili nel giustificare i processi di interferenza.
- Huygens (nel "Trattato sulla luce", pubblicato nel 1690 ma basato su idee formulate nel 1678), propose una teoria solo ondulatoria. Come evidenziato in Fig. 3, la teoria spiegava in modo veramente brillante i processi di interferenza costruttiva e distruttiva e, come evidenziato nella Fig. 4 (discussa nel seguito), riusciva a giustificare anche la propagazione rettilinea.

Per quasi un secolo prevalse la teoria corpuscolare, grazie anche all'immenso prestigio goduto da Newton, ma agli inizi del 1800 il moltiplicarsi di esperimenti basati sull'interferenza convinsero la comunità scientifica ad adottare la teoria ondulatoria. In questa fase fu cruciale l'esperimento sulla doppia fenditura, proposto da Thomas Young nel 1801. Nell'esperimento, schematizzato in Fig. 4, la luce attraversa due sottili fenditure e forma su uno schermo retrostante un'immagine che presenta un massimo luminoso centrale e, simmetricamente ad esso, una serie di frange laterali alternativamente chiare e scure. L'immagine sullo schermo è facilmente spiegabile attraverso la teoria ondulatoria: nelle zone chiare vi è interferenza costruttiva mentre nelle zone scure vi è interferenza distruttiva, e il risultato dell'interferenza dipende dalla differenza di fase tra le due onde che, a sua volta, è legata alla differenza tra le lunghezze dei cammini percorsi dalle due onde.

Con l'avvento della teoria quantistica, però, le unità elementari, come i fotoni e gli elettroni, devono essere considerati sia onde sia particelle ed è interessante vedere, con riferimento alle due fenditure, la dimostrazione sperimentale del dualismo ondaparticella.



Figura 4: Interferenza costruttiva e distruttiva di onde, ed immagini risultanti su uno schermo ottico (zone chiare: costruttiva; zone scure: distruttiva). [*Wikipedia Commons: Two-Slit Experiment*]

4.1 Dualismo onda-particella

Nel contesto della teoria dei quanti, il dualismo onda-particella viene dimostrato facendo riferimento ad alcune varianti dell'esperimento delle due fenditure. Già da diversi anni il progresso tecnologico ha reso possibile la generazione di elettroni singoli e, infatti, tali particelle sono state le prime a venir utilizzate nel nuovo esperimento. In questo caso, la configurazione può essere schematizzata come nelle due immagini a sinistra della Fig. 5 dove si vedono anche i primi elettroni rilevati sullo schermo fotosensibile. Con il passare del tempo, le tracce degli elettroni sullo schermo si trasformano progressivamente in figure di interferenza, come illustrato nel gruppo di quattro immagini a destra della Fig. 5.

A questo punto ci si può chiedere come è possibile che elettroni, generati uno per uno come particelle, vadano a finire in punti dello schermo non allineati con una delle due fenditure e che, alla fine, formino addirittura delle figure di interferenza. Dal punto di vista concettuale la spiegazione qualitativa, in perfetto accordo con della teoria dei quanti, è che

• ciascun elettrone, essendo onda e particella insieme, interferisce con se stesso, in quanto, generato come particella, si comporta come un'onda nell'attraversamento delle due fenditure (ovvero, in un certo senso, passa contemporaneamente da entrambe le fenditure), e poi ritorna particella al momento della misura (ovvero della rilevazione finale in corrispondenza allo schermo fotosensibile).

La spiegazione quantitativa, basata sulla metodologia di calcolo della somma di proba-



Figura 5: Esperimento delle due fenditure con particelle: primi elettroni in arrivo sullo schermo e formazione progressiva delle figure di interferenza. [Sinistra: www.electrical4u.com - Destra: www.hitachi.com]

bilità quantistiche è più complicata e, di conseguenza, è illustrata a parte nel Paragrafo 4.2.

Nell'esperimento delle due fenditure, infine, appare logico il voler determinare da quale fenditura passi ciascun elettrone/particella. Forzando l'esperimento a questo scopo, si possono utilizzare due rilevatori in corrispondenza alle fenditure, come schematizzato nella Fig. 6. Con quest'ultima configurazione, però, sullo schermo si ottiene una zona di arrivo con due accumuli, ma senza figure di interferenza e senza, in particolare, alcun elettrone/particella in corrispondenza al centro. (Come illustrato nella figura, infatti, i due accumuli corrispondono alla semplice somma degli arrivi di elettroni/particelle attraverso la prima e la seconda fenditura.) Infine, può essere interessante notare che, contando gli attraversamenti delle fenditure con i rilevatori, si constata "a posteriori" un numero di passaggi uguale per l'una e l'altra fenditura, pari al 50% degli elettroni/particelle che raggiungono lo schermo. Non è, invece, possibile prevedere, in alcun modo, da quale fenditura passerà il successivo elettrone/particella emesso, poiché la teoria dei quanti ha a che fare con probabilità e non con certezze. (Si pensi ancora all'interpretazione probabilistica dell'equazione di Schrödinger).

La spiegazione della teoria dei quanti per la scomparsa delle figure di interferenza è che

 ciascun elettrone, essendo onda e particella insieme, può comportarsi come onda lungo il percorso, salvo ritornare particella al momento della prima "misura" (che, ricordiamolo, in questo caso ha luogo in corrispondenza alle fenditure), e proseguire poi come particella fino alla rilevazione finale sullo schermo fotosensibile.

Tale spiegazione è rinforzata dal riesame dell'esperimento delle due fenditure nelle versioni ottica e quantistica, in quanto è possibile anche affermare che



Figura 6: Esperimento delle due fenditure con particelle e rilevatori in corrispondenza delle fenditure. La figura osservata sullo schermo è costituita dalla somma degli arrivi attraverso la prima e la seconda fenditura [*Wikipedia Commons: Two-Slit Watched* e *J.D. Cresser, Cap. 4*]

• ciascun elettrone, essendo onda e particella insieme, nella fase finale dell'esperimento si manifesta come onda (configurazione ottica) o come particella (configurazione quantistica) a seconda della metodologia utilizzata per rilevarlo,

poiché, evidentemente

 l'impiego di apparecchi di misura turba gli esperimenti cambiando il comportamento delle entità quantistiche.

Nella teoria dei quanti quest'ultimo risultato ha validità molto generale e si può anche esprimere dicendo che:

• nei processi quantistici in grado di seguire percorsi alternativi, qualsiasi misura sul percorso effettivamente seguito distrugge le possibilità di interferenza tra le alternative stesse.

4.2 Somma di probabilità quantistiche

Con riferimento alla Fig. 7 si prenda ancora in considerazione l'esperimento delle due fenditure con elettroni generati uno ad uno e, per completezza, si richiamino anche i precedenti risultati. Come si è già visto, se è aperta solo la prima fenditura, si ottiene la distribuzione di probabilità $|\psi_1|^2$ mentre, se è aperta solo la seconda fenditura, si ottiene la distribuzione di probabilità $|\psi_2|^2$. Con entrambe le fenditure aperte, uno potrebbe



Figura 7: Distribuzioni di probabilità nell'esperienza delle due fenditure con elettroni. Da sinistra a destra: Schema di riferimento - Distribuzioni di probabilità con le fenditure aperte una alla volta - Semplice somma delle probabilità precedenti e, in colore, probabilità totale effettivamente risultante con entrambe le fenditure aperte [*P.A. Tipler e R.A. Lewellyn, Modern Physics-VI ed., W.A. Freeman and Company, New York, 2012*]

aspettarsi una distribuzione di probabilità complessiva pari alla somma delle due distribuzioni precedenti: $|\psi_1|^2 + |\psi_2|^2$. Questo, però, non succede perché, in base alla teoria dei quanti, con entrambe le fenditure aperte si sommano le funzioni d'onda

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 \tag{7}$$

e, di conseguenza, la distribuzione di probabilità complessiva non è data da $|\psi_1|^2+|\psi_2|^2$ ma da

$$|\psi^2| = |\psi_1 + \psi_2|^2 \tag{8}$$

Il procedimento di calcolo effettivo della somma di probabilità quantistiche (8) risulta comprensibile accettando il fatto che le funzioni d'onda sono definite nel campo complesso, e sono quindi caratterizzate in ogni punto da valore assoluto e fase, proprio come le "funzioni d'onda" dei raggi luminosi. Pertanto la somma di due probabilità quantistiche è assimilabile alla somma dei due vettori ad esse associati che è rappresentata in Fig. 8. Il risultato di tale somma può venire espresso come

$$|\psi^{2}| = |\psi_{1} + \psi_{2}|^{2} = |\psi_{1}|^{2} + |\psi_{2}|^{2} + 2|\psi_{1}||\psi_{2}|\cos\phi$$
(9)

dove ϕ è la differenza di fase tra le due funzioni d'onda nei diversi punti che, come nel caso delle onde luminose, dipende dalla differenza di lunghezze tra i cammini percorsi.



Figura 8: Somma di probabilità quantistiche interpretata come somma vettoriale [R.A. Serway, C.J. Moses e C.A. Moyer, Modern Physics-IIIrd ed., Brooks/Cole-Thomson Learning, Australia, 2005]

Il passaggio dal secondo al terzo membro della (9) si basa, a sua volta, sulle osservazioni che: (a) le componenti di $|\psi_2|$ sono $|\psi_2| \cos \phi$ nella direzione di $|\psi_1|$ e $|\psi_2| \sin \phi$ nella direzione ad essa ortogonale e che: (b) il triangolo completato con le due componenti è rettangolo ed ha $|\psi_1 + \psi_2|$ come ipotenusa, $|\psi_2| \sin \phi$ come altezza e $|\psi_1| + |\psi_2| \cos \phi$ come base. L'applicazione del teorema di Pitagora a tale triangolo e l'uso della identità $\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1$ consentono di arrivare immediatamente alla relazione (9).

Nella Eq. (9) termine $2|\psi_1||\psi_2|\cos\phi$ viene definito "termine di interferenza" ed è proprio il termine mancante quando si sommano le probabilità. Senza quel termine che, come si è detto, dipende dalle differenze di percorso tra le due fenditure e lo schermo, non si avrebbero interferenze. Grazie a quel termine, invece, la distribuzione di probabilità (9) riproduce i risultati ottenuti nella Fig. 4 per l'interferenza di elettroni, e presenta gli stessi andamenti di massimi e minimi che si erano trovati nella Fig. 5 per l'interferenza delle onde luminose.

4.3 Il gatto di Schrödinger

A Schrödinger non piaceva l'interpretazione probabilistica associata alla sua funzione d'onda e, nel tentativo di mostrare le conseguenze paradossali della casualità, ideò l'esperimento mentale di cattivissimo gusto illustrato nella Fig. 9:

Si rinchiuda un gatto in una scatola insieme ad un contenitore di una minuscola quantità di una sostanza radioattiva, in modo che nel giro di un'ora vi siano il 50% di probabilità di emissione di una particella da parte della sostanza (ed, ovviamente, il 50% di probabilità che non si abbia alcuna emissione). Nel caso di emissione, il contatore Geiger produce un segnale che, opportunamente amplificato, aziona una leva. La leva fa cadere un martello che rompe una fiala di cianuro, uccidendo così il gatto. Dopo un'ora, quindi, vi sono 50 probabilità su 100 di trovare il gatto



Figura 9: Il gatto di Schrödinger.

vivo e 50 probabilità su 100 di trovare il gatto morto. Tuttavia, fino al momento della misura (ovvero fino all'apertura della scatola), il gatto andrebbe considerato sia vivo sia morto.

L'interpretazione dogmatica della teoria dei quanti vorrebbe, infatti, una sovrapposizione dei due stati: "gatto vivo" e "gatto morto" ed è sorprendente come questa interpretazione sia ancora oggi quella che gode di maggior favore. Un'interpretazione più ragionevole, ed in armonia con quanto visto finora, considera, invece, "misura" l'informazione fornita dal rivelatore Geiger e, quindi, considera anche tale informazione sufficiente a stabilire se il gatto sia vivo o sia morto.

5 Principio di indeterminazione

Nei processi quantistici, l'impossibilità di prevedere gli esiti non è il solo elemento di incertezza: anche la precisione dei risultati delle misure, infatti, è limitata dalle relazioni di indeterminazione. Tali relazioni sono meglio conosciute con il nome di "principio di indeterminazione di Heisenberg", poiché sono state formulate in termini "filosofici" da Werner Heisenberg nel 1927, stabilendo che

- non è possibile determinare simultaneamente e con precisione illimitata sia la quantità di moto sia la posizione di una particella, e
- non è possibile nemmeno determinare simultaneamente e con precisione illimitata sia l'energia sia l'istante in cui tale energia è posseduta da una particella.

Già nel 1929, tuttavia, Howard Robinson aveva notato che il principio di indeterminazione poteva venire espresso in forma di teorema applicabile a qualunque coppia di proprietà misurabili del sistema come, ad esempio, energia e posizione ed energia e quantità di moto. (Nel linguaggio della meccanica quantistica, le coppie di proprietà misurabili si definiscono "coppie di grandezze osservabili complementari"). Con riferimento al "teorema di indeterminazione", la prima relazione di Heisenberg per la coppia di proprietà misurabili: quantità di moto p e coordinata spaziale l, si può scrivere come

$$\Delta p \Delta l \ge \frac{h}{4\pi} \tag{10}$$

dove, in accordo con l'uso statistico, $\Delta p \in \Delta l$ sono gli scarti quadratici medi delle due proprietà misurate, ovvero le radici quadrate della medie degli scostamenti delle misure dai rispettivi valori medi $\bar{p} \in \bar{l}$. Nel caso di n misure, quindi, si ha

$$\Delta p = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (p_1 - \bar{p})^2}$$
(11)

per la quantità di moto, ed una relazione del tutto analoga per la posizione. Il secondo membro della (10), relativo all'incertezza nella stima del prodotto delle precisioni, indica che tale incertezza può essere maggiore, anche molto, ma non minore della costante di Planck h divisa per quattro volte la costante matematica Pi-greco. Occorre osservare che tale incertezza è intrinseca (ovvero ontologica) e non operativa (ovvero epistemica), in quanto non è riducibile oltre al limite stabilito dalla (10) aumentando, ad esempio, il numero e la qualità delle misure.

Per quanto riguarda la seconda relazione di Heisenberg è necessario distinguere, in via preliminare, tra particelle che si muovono a velocità abbastanza inferiori a quelle della luce (contesto non relativistico), e particelle che si muovono a velocità confrontabili con quella della luce (contesto relativistico). Nel contesto non relativistico il tempo non è una proprietà del sistema, in quanto il tempo della Meccanica Classica è un tempo assoluto, uguale per tutti i sistemi. Nella definizione data da Newton, nel 1687, nei "Principi Matematici della Filosofia Naturale"

 il tempo assoluto, vero, matematico, in sé e per sua natura senza relazione ad alcunché di esterno, scorre uniformemente, e con altro nome è chiamato durata; quello relativo, apparente e volgare, è una misura (esatta o inesatta) sensibile ed esterna della durata per mezzo del moto, che comunemente viene impiegata al posto del vero tempo: tali sono l'ora, il giorno, il mese, l'anno.

Nel contesto relativistico, invece, il tempo non è una variabile esterna ma, insieme alle tre variabili spaziali, appartiene a pieno diritto allo spazio-tempo a quattro dimensioni nel quale si muove ogni sistema. Pertanto, insieme con l'energia, il tempo costituisce una coppia di "grandezze osservabili complementari" solo nel contesto relativistico e, di conseguenza, il "teorema di indeterminazione" si applica alla coppia energia E e

coordinata temporale ϑ solo nel caso di particelle che si muovono alla velocità della luce. In tale contesto, dalla Eq. (5) ripetuta per comodità

$$p = \frac{E}{c}$$

si ricava

$$\Delta p = \frac{\Delta E}{c} \tag{12}$$

mentre dalla definizione di velocità: $c = \Delta l / \Delta \vartheta$ si ottiene

$$\Delta l = c \Delta \vartheta \tag{13}$$

Sostituendo le (12) e (13) nella prima relazione di Heisenberg, si ottiene la seconda relazione di Heisenberg scritta nella forma

4

$$\Delta E \Delta \vartheta \ge \frac{h}{4\pi} \tag{14}$$

dove, in accordo con le precedenti definizioni, $\Delta E \in \Delta \vartheta$ sono gli scarti quadratici medi delle due proprietà misurate, h è la costante di Planck e il secondo membro indica che l'ordine di grandezza del prodotto degli errori di misura può essere maggiore, anche molto, ma non minore della costante di Planck divisa per quattro volte la costante matematica Pi-greco.

Nel contesto relativistico, quindi, la seconda relazione di Heisenberg deriva dalla prima e, di conseguenza, l'incertezza è ancora intrinseca (ovvero ontologica) e non operativa (ovvero epistemica), e non può essere ridotta oltre al limite stabilito dal secondo membro aumentando, ad esempio, il numero e la qualità delle misure. Oltre ai limiti alla precisione delle misure, l'esistenza di una relazione ontologica come la (14) ha delle implicazioni profonde dal punto di vista della termodinamica, in quanto stabilisce che, nel contesto relativistico, le violazioni del principio di conservazione dell'energia sono possibili se contenute entro intervalli di tempo sufficientemente brevi. Violazioni di questo tipo, infatti, consentono l'esistenza di "particelle virtuali" che sono le mediatrici dei campi di forze nel vuoto.

Nel contesto non relativistico, invece, vale l'equazione di Schrödinger che, ricordiamolo, è stata ricavata proprio assumendo la conservazione dell'energia tra le ipotesi di partenza. Pertanto, nel contesto non relativistico il principio di conservazione dell'energia non ammette violazioni, e relazioni formalmente analoghe alla (14), che pur si trovano in letteratura, vanno interpretate come limiti operativi, validi soltanto per la precisione delle misure raggiungibile con le tecnologie attualmente a disposizione. Infatti, nel caso di particelle che si muovono a velocità inferiori a quelle della luce, come elettroni, neutroni e protoni, la (14) viene generalmente riferita alle operazioni di misura stabilendo, ad esempio, che "se un processo dura molto poco, l'incertezza sulle misure di energia è necessariamente elevata".



Figura 10: Onda sinusoidale con una lunghezza d'onda ben definita, ma con una posizione non definita.

Una dimostrazione qualitativa della prima relazione di Heisenberg, la (10), può essere basata sull'ipotesi di de Broglie, ripetuta per comodità

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

e su ben note, ed intuitive, proprietà delle onde descritte nella fisica classica. Ad esempio, nel caso delle onde armoniche sinusoidali, rappresentato in Fig. 10, la lunghezza d'onda è facilmente determinabile con qualsivoglia precisione. Di conseguenza, anche la quantità di moto è determinabile con precisione analoga in base alla relazione di de Broglie. Non è invece possibile determinare la posizione dell'onda sinusoidale in quanto l'onda, per definizione, occupa una porzione estesa di spazio.

Una particella di materia, peraltro, appare più facilmente associabile ad un'onda impulsiva ovvero, come evidenziato in Fig. 11, ad una somma di onde armoniche determinate attraverso un procedimento matematico chiamato "sviluppo in serie di Fourier". (Un'analogia musicale potrebbe essere un colpo di timpano descritto come somma di armoniche). Dai risultati stessi delle possibili espansioni, illustrati in Fig. 11, si evince che per avere una valutazione accurata della posizione dell'impulso è necessario sommare un numero considerevole di armoniche. Di conseguenza, è possibile determinare la posizione dell'impulso/particella con qualsivoglia precisione, ma solo utilizzando una somma di moltissime armoniche aventi lunghezze d'onda alquanto diverse tra loro. A quel punto, tuttavia, non è più possibile determinare la quantità di moto attraverso una semplice applicazione della relazione di de Broglie. Per quanto riguarda la seconda relazione di indeterminazione, Eq. (14), basta osservare, come si è fatto in precedenza, che può essere ricavata dalla prima, Eq. (10), almeno nel contesto relativistico.



Figura 11: Onda impulsiva con una posizione ben definita, ma con una lunghezza d'onda non ben definita.

5.1 Effetto tunnel

Nella Fisica Classica, un corpo in movimento possiede una ben definita energia cinetica pari a

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \tag{15}$$

dove, come si ricorderà, m è la massa e v è la velocità. L'energia cinetica può essere interamente convertita in energia potenziale,

$$E_p = mgz \tag{16}$$

prodotto di massa per accelerazione di gravità g e per quota raggiunta z. Uguagliando le due energie, quindi, si ha

1

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgz \Rightarrow z = \frac{1}{2}\frac{v^2}{g}$$
(17)

consentendo, ad esempio, a un corpo di arrivare in cima a una collina/barriera di altezza $z = v^2/(2g)$. La situazione può essere schematizzata come in Fig. 12 e, di conseguenza, non vi sono dubbi: se l'energia cinetica è maggiore dell'energia potenziale necessaria il carrello supera la barriera, ma se è minore non la supera.



Figura 12: Se l'energia cinetica è maggiore dell'energia potenziale il carrello supera la barriera, ma se è minore non la supera.



Figura 13: La probabilità di trovare un elettrone con energia E a destra della barriera di potenziale V è piccola ma non nulla. [*Effetto tunnel -You Tube*]

In meccanica quantistica, invece, la situazione è diversa. Un elettrone dotato di energia meccanica E è onda e particella insieme e, come tutte le onde, quando incontra una barriera non viene assorbito in superficie ma è in grado di penetrare all'interno per un tratto piccolissimo. Nella schematizzazione di Fig. 13, la barriera è costituita da una zona a potenziale elettrico V maggiore dell'energia E dell'elettrone (V > E). In armonia con il comportamento delle onde fisiche, risolvendo l'equazione di Schrödinger con riferimento alla barriera di Fig. 13, si trova che la funzione d'onda ψ è una funzione reale che ha un valore piccolo ma non nullo a destra della barriera. Di conseguenza, anche la probabilità di trovare elettroni a destra della barriera è piccola ma non nulla: ovvero, a differenza dei carrelli di Fig. 12, qualche elettrone riesce a passare la barriera di potenziale di Fig. 13.

Dal punto di vista energetico, la situazione descritta può essere paragonata all'attraversamento di una collina passando per una galleria, ed, infatti, è definita "effetto tunnel". Una spiegazione meno suggestiva, ma più aderente alla teoria quantistica può essere data facendo riferimento all'interpretazione probabilistica della funzione d'onda. In base a tale interpretazione, fino a quando non interviene un processo di misura, la posizione di una particella (e, quindi, di un elettrone in questo caso) nei diversi punti è solo una "probabilità" di trovare la particella in quei punti. Un elettrone non occupa una posizione bel determinata nello spazio (almeno fino alla misura) ed è rappresentabile, quindi, come l'onda della probabilità di trovarsi nei diversi punti dello spazio. Pertanto, il passaggio della barriera, visto dalla parte dell'elettrone, può essere schematizzato come in Fig. 14 dove la probabilità più elevata è quella di una posizione a sinistra della barriera, ma vi è anche una probabilità non nulla di una posizione a destra della barriera (inversamente proporzionale allo spessore ed all'altezza della barriera stessa).





Tale effetto ha molte importanti applicazione tecnologiche, la più nota delle quali è il microscopio a scansione ad effetto tunnel (o Scanning Tunnel Microscope - STM) schematizzato nella Fig. 15. In quest'ultimo caso, la barriera è la differenza di potenziale V teoricamente necessaria agli elettroni per superare la zona vuota che separa la punta rivelatrice dal campione in esame. Per facilitare il passaggio degli elettroni per effetto tunnel, la punta viene mantenuta ad un potenziale E non troppo inferiore al potenziale Vdel campione. Durante il suo movimento di scansione, la punta viene alzata o abbassata in modo da mantenere costante il flusso di elettroni che riescono a passare. In questo modo, si riproduce il profilo della superficie scansionata con una accuratezza dell'ordine della dimensione dei singoli atomi.

6 Intreccio (o "entanglement") quantistico

Con il termine di intreccio (o entanglement) si indica un processo quantistico, privo di analogo classico, nel quale è possibile ottenere, in determinate condizioni, un insieme di due (o più) particelle che, avendo avuto una origine comune, possiedono una caratteristica molto particolare:

• la misura di una proprietà fisica su una qualunque particella dell'insieme determina istantaneamente il valore assunto dalla stessa proprietà nelle altre particelle dell'insieme stesso.

Poiché, al momento della misura, le particelle sono spazialmente separate, l'entanglement implica un carattere non locale della teoria quantistica.

Qui si esaminano gli insiemi più semplici costituiti da due fotoni intrecciati, ma anche altre particelle, come ad esempio gli elettroni ed i neutroni, possono essere ottenute in uno stato "intrecciato". Gli insiemi di due fotoni intrecciati trovano già importanti applicazioni pratiche nella trasmissione di "chiavi" per la crittografia. In tali applicazioni



Figura 15: Schema di funzionamento del microscopio a scansione ad effetto tunnel. [*Nobelprize.org: The Scanning Tunnelling Microscope*]

ci si riferisce a fotoni polarizzati e, di conseguenza, può essere utile richiamare alcune proprietà dei fotoni polarizzati in quanto associati a onde luminose polarizzate.

La luce solare non è polarizzata al momento dell'emissione, ma è esperienza comune che può essere polarizzata successivamente facendola passare, ad esempio, attraverso un filtro "Polaroid" a lamelle verticali (come quello degli occhiali). Il processo è rappresentato in Fig. 16, dove si vede che

• all'ingresso del filtro i raggi luminosi (in pratica i campi elettrici delle onde elettromagnetiche luminose) oscillano su piani distribuiti in maniera casuale;



Figura 16: Polarizzazione della luce solare ottenuta mediante un filtro "Polaroid" verticale.



Figura 17: A sinistra: comportamento di fotoni polarizzati verticalmente nel passaggio attraverso filtri polarizzatori variamente orientati [*G.C. Ghirardi, Università di Trieste*] e, a destra: probabilità di passaggio attraverso un filtro orizzontale, o un filtro verticale, di un fotone polarizzato in una direzione *X* qualunque.

- all'uscita dal filtro i raggi luminosi presentano solo componenti verticali allineate con le lamelle del filtro, in quanto le componenti orizzontali sono state assorbite;
- l'intensità luminosa totale viene ridotta del 50% poiché, nella luce non polarizzata, le componenti verticali ed orizzontali sono distribuite in maniera omogenea.

L'assenza di componenti orizzontali può essere facilmente riscontrata utilizzando un secondo filtro Polaroid con lamelle tenute orizzontali e constatando l'azzeramento (in pratica la forte riduzione) dell'intensità luminosa totale. Un effetto analogo è facilmente rilevabile anche guardando un piano riflettente orizzontale con occhiali a lenti polarizzate: i filtri a lamelle verticali delle lenti assorbono le componenti orizzontali della luce riflessa (che sono le principali responsabili dell'abbagliamento).

Con riferimento ai fotoni, il comportamento della luce polarizzata può venir descritto come schematizzato nella Fig. 17 a sinistra, dove si si illustra cosa succede quando fotoni a polarizzazione verticale incontrano un filtro polarizzatore variamente orientato. La formula generale per calcolare il numero N di fotoni che, mediamente, passano attraverso il filtro è data dalla legge di Malus:

$$N = N_0 \cos^2 \alpha \tag{18}$$

dove N_0 è il numero di fotoni all'ingresso e α è l'angolo tra la verticale e il filtro. [Per la cronaca: $\cos^2 45^\circ = (\sqrt{2}/2)^2 = 1/2$].



Figura 18: A sinistra: generazione di fotoni intrecciati a seguito del passaggio attraverso due cristalli in serie di borato di bario e, a destra: test di polarizzazione su uno dei due fotoni intrecciati e azione a distanza sul secondo fotone. [*G. Musser, Spooky Action at Distance, Scientific America, 2015*]

Atteso il carattere probabilistico della teoria quantistica, nella Fig. 17 a destra sono rappresentate geometricamente le probabilità di passaggio attraverso un filtro orizzontale, o verticale, di un fotone polarizzato in una direzione X qualunque. Come si vede, la retta indicatrice della direzione di polarizzazione ha probabilità uguali di appartenere alla zona bianca, nella quale è più probabile il passaggio del test statistico di polarizzazione orizzontale, o alla zona punteggiata, nella quale è più probabile il passaggio del test statistico di polarizzazione verticale. Un fotone polarizzato nella direzione X, rappresentata in figura, ha quindi maggiori probabilità di passare il test statistico di polarizzazione orizzontale e, di conseguenza, minori probabilità di passare il testo statistico di polarizzazione verticale. Pertanto, se nessuna direzione è privilegiata, la probabilità di passare un test di polarizzazione, sia esso verticale od orizzontale, è sempre pari al 50%. Per un insieme di due fotoni non preparati, quindi, vi sono: $1/2 \cdot 1/2 = 1/4 = 25\%$ di probabilità di superamento di un test per entrambi, ed altrettante probabilità che entrambi non lo superino. Complessivamente, vi sono 1/4 + 1/4 = 1/2 = 50% di probabilità che entrambi i fotoni forniscano un risultato coincidente (SI o NO, ovvero: 0 o 1) nel test di passaggio.

I risultati ottenuti, invece, sono molto diversi se si opera con due fotoni che si trovano in uno stato intrecciato. Come schematizzato nella Fig. 18 a sinistra, i fotoni intrecciati possono essere ottenuti, ad esempio, facendo passare un fotone "madre" attraverso due cristalli in serie di borato di bario. Il fotone madre è ad alta energia, perché associato tipicamente ad una radiazione ultravioletta, e dà origine a due fotoni ciascuno con energia metà del fotone madre (che sono associati, tipicamente, a radiazioni nel primo infrarosso). Come indicato schematicamente nella Fig. 18 a sinistra, i due fotoni intrecciati hanno la stessa polarizzazione ma questa polarizzazione non è né verticale né orizzontale ma "indeterminata". (Il processo descritto è ben noto in ottica quantististica dove prende il nome di "downconversion" o "conversione parametrica spontanea").

Ai nostri fini è interessante notare che, quando uno dei due fotoni intrecciati viene sottoposto ad un test di polarizzazione, ad esempio verticale come nella Fig. 18 a destra, e lo supera, anche il secondo fotone, pur non interessato alla misura, assume una polarizzazione verticale. Se invece il primo fotone non supera il test e viene assorbito, anche il secondo fotone assume uno stato di polarizzazione tale da venire assorbito durante un analogo test di polarizzazione verticale. Si deve concludere che il processo di misura su uno dei due fotoni "agisce a distanza" sul secondo fotone in modo tale che entrambi superino o falliscano lo stesso test di polarizzazione. Evidentemente, quello che succede è di estremo interesse per le applicazioni di crittografia in quanto implica che, nel 100% dei casi, entrambi i fotoni forniscano un risultato coincidente (SI o NO, ovvero: 0 o 1) nel test di passaggio.

Inutile dire che l'azione a distanza non viene facilmente accettata e una delle critiche più acute, dal punto di vista fisico, riguarda un possibile superamento della velocità della luce nel trasmettere una qualche informazione tra i due fotoni. Secondo l'interpretazione più accettata, tuttavia, nell'entanglement non si trasmette alcuna informazione ma si rivela soltanto l'esistenza di una correlazione tra eventi che riguardano l'insieme di due particelle. Le due particelle, infatti, restano intrecciate fino a quando non si effettua una "misura" su una delle due.

7 Conclusioni

La teoria dei quanti è certamente strana e sorprendente ma non è così priva di regole da consentire divagazioni arbitrarie. In particolare, l'esistenza di eventuali processi quantistici nel cervello potrebbe certamente essere collegata all'autocoscienza, ma non utilizzata per escludere il libero arbitrio. Così l'azione a distanza tra particelle intrecciate può facilitare la trasmissione delle chiavi nelle applicazioni della crittografia ma non giustificare, ad esempio, la telepatia. Infine il carattere probabilistico dei processi quantistici non può essere utilizzato, almeno a mio parere, per concludere che il "gatto di Schrödinger" è, insieme, vivo e morto.

Riconoscimento

Ringrazio Alessandro De Angelis, professore ordinario di Fisica presso l'Università di Udine e il Politecnico di Lisbona, per i molti suggerimenti e spiegazioni.

Bibliografia

A. Beiser, Concepts of Modern Physics-VI ed., McGraw-Hill, Boston, 2003.

D. Bohm, Quantum Theory, Dover, New York, 1979.

G. Comini e G.Cortella, *Fondamenti di Trasmissione del Calore-IV ed.*, SGEditoriali, Padova, 2013.

J.D. Cresser, *Quantum Physics Notes*, Department of Physics, Macquarie University, Australia, 2011.

R.P. Feynman, Sta Scherzando, Mr. Feynman!, Zanichelli, Bologna, 2007.

G.C. Ghirardi, Uno Sguardo alle Carte di Dio, Il Saggiatore, Milano, 2003.

D.J. Griffiths, *Introduction to Quantum Mechanics-VI ed.*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1995.

D. Hallyday, R. Resnik e J. Walker, Fundamentals of Physics-VIII ed., Wiley, 2008.

K. Krane, Modern Physics-III ed., Wiley, 2012.

D.A.B. Miller, *Quantum Mechanics for Scientists and Engineers*, Cambridge University Press, Cambridge, 2008.

J.C. Polkinghorne, The Quantum World, Longman, Londra, 1984.

J.C. Polkinghorne, *Quantum Theory: a Very Short Introduction*, Oxford University Press, New York, 2002.

H.P. Robertson, The uncertainty principle, Physical Review, vol. 34, pp. 163-164, 1929.

R.A. Serway, C.J. Moses e C.A. Moyer, *Modern Physics-III ed.*, Brooks/Cole-Thomson Learning, Australia, 2005.

P.A. Tipler e R.A. Lewellyn, *Modern Physics-VI ed.*, W.A. Freeman and Company, New York, 2012.